

MINISTERUL EDUCAȚIEI

LIBRIS

We know
books

LITERA

Dorin Linț

Maranda Linț

Sorin Noaghi

Alina Carmen Birta

Maria Zaharia

Matematică

Manual pentru clasa a V-a

5



| | |
|--------------------------------------|----|
| PROBLEME RECAPITULATIVE | 9 |
| TESTE INIȚIALE | 14 |

| | |
|---------------------------------------|----|
| Test de evaluare inițială nr. 1 | 14 |
| Test de evaluare inițială nr. 2 | 14 |



CAPITOLUL I NUMERE NATURALE

1 NUMERE NATURALE

| | |
|---|----|
| L1 Scrierea și citirea numerelor naturale | 16 |
| L2 Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor | 20 |
| L3 Compararea și ordonarea numerelor naturale | 23 |
| L4 Aproximări. Estimări | 26 |
| Test de evaluare/autoevaluare | 28 |

2 OPERAȚII CU NUMERE NATURALE. PROPRIETĂȚI

| | |
|--|----|
| L1 Adunarea numerelor naturale. Proprietăți | 29 |
| L2 Scăderea numerelor naturale | 31 |
| L3 Înmulțirea numerelor naturale | 33 |
| L4 Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale | 36 |
| L5 Împărțirea cu rest a numerelor naturale | 39 |
| Test de evaluare/autoevaluare | 41 |

3 PUTERI CU EXPONENT NATURAL ALE UNUI NUMĂR NATURAL

| | |
|--|----|
| L1 Puterea cu exponent natural a unui număr natural | 42 |
| L2 Reguli de calcul cu puteri | 45 |
| L3 Compararea puterilor numerelor naturale | 47 |
| L4 Pătratul unui număr natural | 49 |
| L5 Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2 | 52 |
| L6 Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor | 54 |
| Test de evaluare/autoevaluare nr. 1 | 57 |
| Test de evaluare/autoevaluare nr. 2 | 57 |

4 METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR

| | |
|---|----|
| L1 Metoda reducerii la unitate | 58 |
| L2 Metoda comparației | 61 |
| L3 Metoda figurativă | 64 |
| L4 Metoda mersului invers | 66 |
| L5 Metoda falsei ipoteze | 69 |
| Test de evaluare/autoevaluare | 71 |

5 DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

| | |
|---|----|
| L1 Divizor al unui număr natural. Multiplu al unui număr natural | 72 |
| L2 Divizor comun. Multiplu comun | 76 |
| L3 Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 10^n | 79 |
| L4 Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9 | 82 |
| L5 Numere prime. Numere compuse | 84 |
| Test de evaluare/autoevaluare | 88 |
| Test de evaluare sumativă | 89 |



CAPITOLUL II FRAȚII ORDINARE

1 FRAȚII ORDINARE

| | |
|---|-----|
| L1 Frații ordinare. Frații subunitare, fracții echiunitare, fracții supraunitare | 92 |
| L2 Frații echivalente | 95 |
| L3 Compararea fracțiilor | 97 |
| L4 Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor ordinare. Ordonarea fracțiilor ordinare | 100 |
| L5 Scoaterea întregilor din fracție, introducerea întregilor în fracție | 102 |
| L6 Cel mai mare divizor comun a două sau mai multe numere naturale | 105 |
| L7 Amplificarea fracțiilor ordinare. Simplificarea fracțiilor ordinare | 107 |
| L8 Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun | 110 |
| Test de evaluare / autoevaluare | 113 |

2 OPERAȚII CU FRAȚII ORDINARE

| | |
|---|-----|
| L1 Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare | 114 |
| L2 Înmulțirea fracțiilor ordinare | 118 |
| L3 Frații dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară. Procente | 122 |
| L4 Împărțirea fracțiilor ordinare | 125 |
| L5 Ridicarea la putere a unei fracții ordinare | 128 |
| Test de evaluare / autoevaluare | 130 |
| Test de evaluare sumativă | 131 |



CAPITOLUL III Fracții zecimale

| | | |
|-----------|--|-----|
| 1 | FRACȚII ZECIMALE | 134 |
| L1 | Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea fracțiilor zecimale cu număr finit de zecimale nenule în fracții ordinare..... | 134 |
| L2 | Compararea și ordonarea fracțiilor zecimale..... | 137 |
| L3 | Aproximări. Reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu număr finit de zecimale nenule | 139 |
| | Test de evaluare / autoevaluare | 142 |
| 2 | OPERAȚII CU FRACȚII ZECIMALE | 143 |
| L1 | Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu număr finit de zecimale nenule..... | 143 |
| L2 | Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule..... | 147 |
| L3 | Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; aplicație: media aritmetică a două sau mai multe numere naturale..... | 150 |
| L4 | Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală; periodicitate | 152 |
| L5 | Împărțirea a două fracții zecimale cu număr finit de zecimale nenule..... | 155 |
| L6 | Transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară | 158 |
| L7 | Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive | 160 |
| L8 | Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură..... | 164 |
| | Test de evaluare/autoevaluare | 168 |
| 3 | PROBLEME DE ORGANIZARE A DATELOR | 169 |
| L1 | Probleme de organizare a datelor; frecvență | 169 |
| L2 | Grafice cu bare și/sau cu linii. Media unui set de date statistice | 171 |
| | Test de evaluare / autoevaluare | 174 |
| | Test de evaluare sumativă | 175 |

PROBLEME DE SINTEZĂ

CĂLĂTORIE IMAGINARĂ PRIN EUROPA

EVALUARE FINALĂ

Test de evaluare/autoevaluare nr. 1

Test de evaluare/autoevaluare nr. 2

Test de evaluare/autoevaluare nr. 3

RĂSPUNSURI



CAPITOLUL IV Elemente de geometrie și unități de măsură

| | | |
|-----------|--|-----|
| 1 | PUNCT, DREAPTĂ, PLAN, SEMIDREAPTĂ, SEMIPLAN, SEGMENT DE DREAPTĂ | 178 |
| L1 | Punct, dreaptă, plan | 178 |
| L2 | Poziții relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare | 180 |
| L3 | Semidreaptă. Segment de dreaptă. Semiplan | 183 |
| L4 | Poziții relative a două drepte..... | 186 |
| L5 | Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment. Segmente congruente..... | 188 |
| L6 | Mijlocul unui segment..... | 192 |
| | Test de evaluare/autoevaluare..... | 194 |
| 2 | UNGHIIURI | 195 |
| L1 | Definiție, notații, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi | 195 |
| L2 | Măsura unui unghi..... | 198 |
| L3 | Clasificări de unghiuri. Unghiuri congruente | 200 |
| L4 | Calcul cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale | 203 |
| | Test de evaluare/autoevaluare..... | 207 |
| 3 | FIGURI CONGRUENTE. AXĂ DE SIMETRIE | 208 |
| L1 | Figuri congruente | 208 |
| L2 | Axă de simetrie | 211 |
| | Test de evaluare / autoevaluare | 215 |
| 4 | UNITĂȚI DE MĂSURĂ | 216 |
| L1 | Unități de măsură pentru lungime | 216 |
| L2 | Unități de măsură pentru arie..... | 220 |
| L3 | Unități de măsură pentru volum | 224 |
| | Test de evaluare/autoevaluare..... | 228 |
| | Test de evaluare sumativă | 229 |

L1 Scrierea și citirea numerelor naturale



Pentru scrierea numerelor naturale folosim cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Fiecare număr natural se reprezintă (se scrie) printr-o succesiune de cifre, respectând următoarele reguli:

- Cifrele folosite se pot repeta.
- Prima cifră a unui număr de cel puțin două cifre, nu poate fi 0.
- Fiecare cifră reprezintă un anumit ordin, în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea numărului. Ultima cifră reprezintă ordinul cel mai mic (al unităților).
- Fiecare cifră a unui număr, cu excepția ultimei, are ordinul imediat superior cifrei din dreapta sa.
- Cifrele sunt grupate pe clase de câte trei cifre; de la dreapta la stânga, se scriu: *clasa unităților* (compusă din ordinul unităților, ordinul zecilor, ordinul sutelor), *clasa miilor* (compusă din ordinul miilor, ordinul zecilor de mii, ordinul sutelor de mii), *clasa milioanei* (compusă din ordinul milioanei, ordinul zecilor de milioane, ordinul sutelor de milioane), ...

Numerele naturale se citesc de la stânga la dreapta, precizând ordinul fiecărei cifre nenule (diferită de 0).

Observație. Scrierea cu cele 10 simboluri, numite cifre arabe, este scrierea în baza 10 sau scrierea în sistemul de numerație zecimal.

Zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Exemple: 10 unități = o zece; 10 zeci = o sută; 10 sute = o mie; 10 mii = o zece de mii; 10 zeci de mii = o sută de mii ...



Orice număr natural se scrie în mod unic, ca sumă de unități, zeci, sute, mii, ..., folosind cifrele sale. Această scriere se numește *descompunerea zecimală a numărului*.

| Numărul | Clasa miilor | | | Clasa unităților | | |
|---------|----------------------|----------------------|--------------|------------------|---------------|------------------|
| | Cifra sutelor de mii | Cifra zecilor de mii | Cifra miilor | Cifra sutelor | Cifra zecilor | Cifra unităților |
| 530 957 | 5 | 3 | 0 | 9 | 5 | 7 |

Descompunerea zecimală:

$$530\,957 = 5 \times 100\,000 + 3 \times 10\,000 + 0 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 5 \times 10 + 7$$

Citare: **cinci** sute **treizeci** de mii **nouă** sute **cincizeci** și **șapte**
Observație. Dacă o cifră este 0, atunci ordinul corespunzător nu se citește.

Scrierea și citirea numerelor naturale mai mari decât 1 000 000, păstrează aceleași principii. Clasa milioanei este formată din ordinul milioanei, ordinul zecilor de milioane, apoi ordinul sutelor de milioane

| Numărul | Clasa miliardelor | | | Clasa milioaneilor | | | Clasa miilor | | | Clasa unităților | | |
|-----------------|---------------------------|----------------------------|-------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------|------------------|---------------|------------------|
| | Cifra sutelor de miliarde | Cifra zeciloer de miliarde | Cifra miliardelor | Cifra sutelor de milioane | Cifra zecilor de milioane | Cifra milioaneilor | Cifra sutelor de mii | Cifra zecilor de mii | Cifra miilor | Cifra sutelor | Cifra zecilor | Cifra unităților |
| 123 456 539 954 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 3 | 9 | 9 | 5 | 4 |

Descompunerea zecimală:

$$123\,456\,539\,954 = 1 \times 100\,000\,000\,000 + 2 \times 10\,000\,000\,000 + 3 \times 1\,000\,000\,000 + 4 \times 100\,000\,000 + 5 \times 10\,000\,000 + 6 \times 1\,000\,000 + 5 \times 100\,000 + 3 \times 10\,000 + 9 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 5 \times 10 + 4.$$

Citire: **o sută douăzeci și trei de miliarde patru sute cincizeci și șase de milioane cinci sute treizeci și nouă de mii nouă sute cincizeci și patru.**

Atunci când dorim să *nu precizăm* cifrele, putem folosi notații de forma \overline{ab} (pentru numerele de două cifre), \overline{abc} (pentru numerele de trei cifre), \overline{abcd} (pentru numerele de patru cifre), ..., unde prin literele a, b, c, d notăm cifrele corespunzătoare ordinului pe care îl reprezintă.

| Scrierea numărului | Descompunerea zecimală a numărului | |
|--------------------------------------|--|--|
| \overline{ab} | a zeci b unități | $a \cdot 10 + b$ |
| \overline{abc} | a sute b zeci c unități | $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ |
| \overline{abcd} | a mii b sute c zeci d unități | $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ |
| $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ | a_1 zeci de mii a_2 mii a_3 sute a_4 zeci a_5 unități | $a_1 \cdot 10\,000 + a_2 \cdot 1\,000 + a_3 \cdot 100 + a_4 \cdot 10 + a_5$ |
| $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ | a_1 sute de mii, a_2 zeci de mii, a_3 mii, a_4 sute, a_5 zeci, a_6 unități | $a_1 \cdot 100\,000 + a_2 \cdot 10\,000 + a_3 \cdot 1\,000 + a_4 \cdot 100 + a_5 \cdot 10 + a_6$ |



Știm să aplicăm, identificăm conexiuni

Aplicația 1

Fie numărul 7689023. Asociați fiecărei *litere* care identifică o cifră a numărului dat, scrisă în coloana **A**, numărul care identifică semnificația acesteia, scrisă în coloana **B**.

Rezolvare

$$(a \rightarrow 7); (b \rightarrow 4); (c \rightarrow 3);$$

$$(d \rightarrow 1); (e \rightarrow 2); (f \rightarrow 6); (g \rightarrow 5).$$

| A | B |
|------------|-------------------------|
| a. cifra 7 | 1. cifra unităților |
| b. cifra 9 | 2. cifra zecilor |
| c. cifra 0 | 3. cifra sutelor |
| d. cifra 3 | 4. cifra miilor |
| e. cifra 2 | 5. cifra zecilor de mii |
| f. cifra 6 | 6. cifra sutelor de mii |
| g. cifra 8 | 7. cifra milioaneilor |

Aplicația 2. Determinați cifrele a, b, c, d , folosind descompunerea zecimală a numerelor.

| Numărul | Descompunerea zecimală | Cifrele numărului |
|------------------|---|---|
| \overline{ab} | $7 \cdot 10 + 9$ | $a = 7; b = 9.$ |
| \overline{abc} | $9 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + c$ | $a = 9; b = 9; c$ poate fi: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. |
| 9783 | $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ | $a = 9; b = 7; c = 8; d = 3.$ |

Observație. Numărul \overline{abcd} are \overline{abcd} unități, \overline{abc} zeci, \overline{ab} sute și a mii.

Aplicația 3

- a) Scrieți toate numerele naturale de forma $a1b$, știind că $b = a - 2$.
- b) Scrieți toate numerele naturale de forma $x52y$, știind că produsul cifrelor sale este 210.

Rezolvare

- a) Din $b = a - 2$, folosind faptul că $a \neq 0$, deducem numerele: 210, 311, 412, 513, 614, 715, 816, 917.
- b) Din $x \cdot 5 \cdot 2 \cdot y = 210$, rezultă $x \cdot y = 21$. Cum 21 se scrie ca produs de cifre doar în forma $21 = 3 \cdot 7$, rezultă $x = 3$ și $y = 7$ sau $x = 7$ și $y = 3$. Numerele căutate sunt: 3527 și 7523.



Exersăm, ne antrenăm, ne dezvoltăm

- Scrieți cu cifre numerele:
 - nouăsprezece mii două sute cincizeci și șapte;
 - un milion două mii trei.
- Scrieți în cuvinte (așa cum citim) numerele 30 408 și 120 089.
- Timeea a scris pe caiet numerele: 2 727, 4 278, 722 700, 10 270, 473 727. Precizați numerele scrise de Timeea, care au cel puțin 1 000 de zeci.
- Scrieți toate numerele de două cifre, care au suma cifrelor egală cu 3.
- Pe tablă este scris numărul 192 837. Copiați pe caiete tabelul și completați în caseta liberă litera A, dacă afirmația este adevărată și litera F, dacă afirmația este falsă.

| Propoziția | A/F |
|--|-----|
| Ordinul de mărime al numărului este ordinul zecilor de mii. | |
| Cifra 2 este cifra miilor. | |
| Cifra zecilor este 8. | |
| Numărul miilor este 192. | |
| Dacă la sfârșitul numărului adăugăm cifra 4, atunci cifra zecilor de mii devine 8. | |
- Citiți următoarele numere naturale:
 - 48; 1 064; 9 876; 12 345; 135 791; 123 456 789; 563; 70 700 007;
 - 20; 300; 4 000; 50 060; 876 000; 90 090 009; 1 000 010 001.
- Citiți următoarele lungimi: 4 015 m; 7 376 km; 100 145 dm.
 - Citiți următoarele cantități: 450 g; 3 908 kg; 16 435 dag; 7 077 t.
- Scrieți toate numerele naturale de forma \overline{xyz} , știind că ultima cifră este pară și că suma cifrelor este egală cu 5.
- Scrieți trei numere de forma \overline{abba} cu cifre, apoi scrieți-le în cuvinte.
- Scrieți cu cifre arabe numerele:
 - o sută patruzeci și opt;
 - trei mii o sută optzeci și cinci;
 - douăzeci și șapte de mii opt sute cincizeci și cinci;
 - o mie unu;
 - șase milioane șazeci și șapte;
 - treizeci și trei de milioane o mie doi.
- Precizați ordinul indicat de cifra 7 pentru fiecare dintre numerele: 17; 97 123; 20 070; 7 654 321.

12. a) Știind că $54 = a \cdot 10 + b$, determinați cifrele a și b .

b) Știind că $987 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$, determinați cifrele a , b și c .

13. Scrieți:

a) toate numerele de trei cifre, care au suma cifrelor 3;

b) cinci numere naturale care au produsul cifrelor 8.

14. Descoperiți regula și completați fiecare din șirurile următoare cu încă cinci termeni.

a) 0, 2, 4, 6, ..., .., .., .., .., ..

b) 23, 25, 27, ..., .., .., .., .., ..

c) 1, 11, 21, 31, ..., .., .., .., .., ..

d) 1, 12, 123, 1234, ..., .., .., .., .., ..

15. O carte are 100 pagini.

a) Aflați câte cifre s-au folosit pentru numerotarea cărții.

b) Precizați de câte ori s-a folosit cifra 0 în numerotarea paginilor cărții.



Minitest

(30 p) 1. Copiați pe caiete tabelul de mai jos, apoi completați în casetele libere, în cuvinte respectiv cu cifre, numerele corespunzătoare.

| | | | | | | | | |
|----|----------|-------------------|----|----------|------------|----|----------|------------|
| a) | Cu cifre | În cuvinte | b) | Cu cifre | În cuvinte | c) | Cu cifre | În cuvinte |
| | | nouăzeci și șapte | | | 2 022 | | | |

(30 p) 2. Determinați cifrele m, n, p, q , folosind dezvoltarea zecimală a numerelor.

| Numărul | Descompunerea zecimală | Cifrele numărului |
|-------------------|---------------------------------|---|
| \overline{pqnm} | $7 \cdot 1000 + 3 \cdot 10 + 5$ | $m = \dots \quad n = \dots \quad p = \dots \quad q = \dots$ |

(30 p) 3. Scrieți toate numerele de trei cifre care au două cifre identice și suma cifrelor 5.

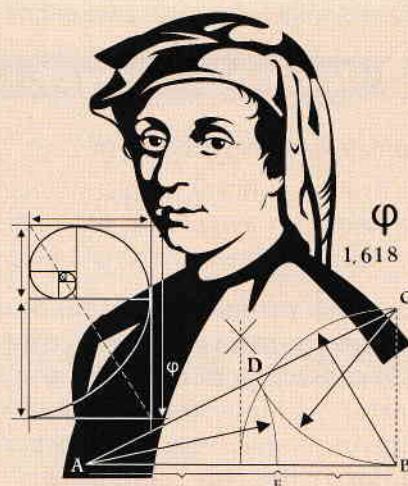
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Puțină istorie

Cifrele arabe 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sau cifrele indo-arabe, provin din cultura indiană. Acestea au fost preluate de arabi, care le-au adus în secolul IX în Europa, de unde s-au răspândit în lumea întreagă.

Lucrarea „Deschiderea Universului” (Brahmasphuta-siddhanta) scrisă în anul 628 de matematicianul și astronomul indian Brahmagupta este primul text (cunoscut) în care se introduce numărul 0 și se explică sistemul numeric zecimal indo-arab.

În „Cartea abacului” (Liber Abaci) scrisă în 1202, Leonardo Fibonacci, matematician italian, a introdus și a explicat importanța practică a sistemului de numărare în care numerele sunt scrise cu cifrele 0, 1, 2, ..., 9.



Leonardo Fibonacci



Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor



Ne amintim

Șirul numerelor naturale $0, 1, 2, 3, \dots, n, n + 1, \dots$ este infinit, deci *nu există* un cel mai mare număr natural.

Doi termeni vecini (alăturați) ai acestui șir, n și $n + 1$ se numesc *numere naturale consecutive*.

Pentru n și $n + 1$, numere naturale consecutive:

- numărul n se numește *predecesorul* numărului $n + 1$;
- numărul $n + 1$ se numește *succesorul* numărului n .

0 și 1 ; 1 și 2 ; ... 9 și 10 ; ... 100 și 101 sunt perechi de numere naturale consecutive.

n — predecesorul numărului $n + 1$

$n + 1$ — succesorul numărului n



Rezolvăm și observăm

Problemă. Fiecare drum rutier începe dintr-un punct, marcat cu o bornă de tipul celei de mai jos, pe care este indicat „kilometrul zero”. Să ne imaginăm că am plecat de la kilometrul 0 al drumului *rectiliniu* (în linie dreaptă) și că la kilometrul 96 drumul traversează muntele printr-un tunel de lungime 4 km. Știind că la fiecare kilometru este plasată câte o bornă kilometrică, precizați ce scrie pe borna de la ieșirea din tunel.

Soluție. Răspunsul este evident, pe bornă scrie 100 km.

Pentru a răspunde la întrebare, am făcut abstracție de lățimea drumului, considerându-l situat pe o *dreaptă*.

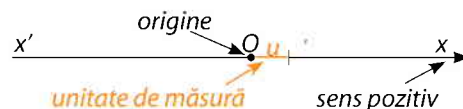
A fost important să precizăm: *punctul* corespunzător „kilometrului 0 ”, din care începem să măsurăm, *sensul* de parcurgere și *unitatea de măsură* (km) în care exprimăm distanța măsurată.



Descoperim, înțelegem, exemplificăm

Axa numerelor este o dreaptă pe care:

- s-a fixat un punct O , numit *originea* axei;
- s-a stabilit un *sens pozitiv*, sensul de parcurgere a drepte;
- s-a ales un segment, numit *unitate de măsură*, notat cu u .



Fiecărui număr natural n îi corespunde un singur punct P pe axă.

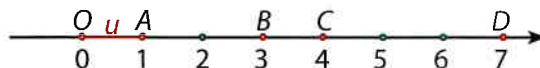
Reprezentarea pe axă a unui număr oarecare n se obține numărând exact n unități de măsură, în sensul pozitiv al axei. În consecință, distanța dintre punctele O și P este de n unități.

- punctul P se numește *reprezentarea pe axă* a numărului natural n .
- numărul natural n este *coordonata* punctului P , pe axă.

Scriem $P(n)$ și citim „ P de coordonată n ” sau „coordonata punctului P este n ”.

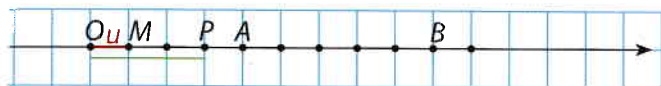
Exemplu.

Pe axa numerelor sunt reprezentate punctele A, B, C, D . Identificăm numerele naturale care sunt coordonatele acestor puncte, apoi completăm tabelul următor.



| Reprezentarea pe axă | Numărul reprezentat | Notație | Citire/ interpretare |
|----------------------|---------------------|---------|--|
| A | 1 | A(1) | A de coordonată 1; Coordonata punctului A este 1; Punctul A este reprezentarea pe axă a numărului 1. |
| B | 3 | B(3) | B de coordonată 3; Coordonata punctului B este 3; Punctul B este reprezentarea pe axă a numărului 3. |
| C | 4 | C(4) | C de coordonată 4; Coordonata punctului C este 4; Punctul C este reprezentarea pe axă a numărului 4. |
| D | 7 | D(7) | D de coordonată 7; Coordonata punctului D este 7; Punctul D este reprezentarea pe axă a numărului 7. |

Aplicație. Să observăm axa numerelor din desenul alăturat, cu originea O și cu sensul marcat, apoi să precizăm:



- a) coordonatele punctelor M , P , A și B , dacă *unitatea de măsură* este segmentul OM ;
- b) coordonatele punctelor P și B , dacă *unitatea de măsură* este segmentul OP .

Soluție. a) $u = OM$, deci $M(1)$. Numărăm unitățile dintre O și P , dintre O și A , apoi dintre O și B . Găsim $P(3)$; $A(4)$; $B(9)$. b) $u = OP$, deci $P(1)$. Observăm că între O și B putem număra trei unități OP , adică $B(3)$.

Comentariu. Aplicația de mai sus demonstrează importanța *unității de măsură* în definirea axei numerelor. Se observă ușor că punctul P are coordonate diferite în cele două situații, la fel și punctul B . Unui număr îi corespunde un singur punct pe axă, dar acest punct depinde de alegerea elementelor axei (origine, sens, unitate de măsură).

Schimbarile unuia dintre elementele axei are ca efect schimbarea axei, a *reperului* la care ne raportăm.



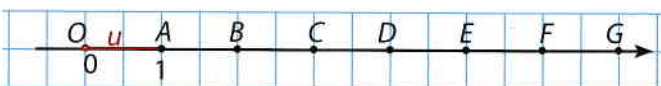
Exersăm, ne antrenăm, ne dezvoltăm

- Adrian a realizat pe caiet desenul de mai jos. Alegeți litera care indică varianta corectă; doar un răspuns este corect.



- a) Dacă unitatea de măsură este egală cu dublul lungimii laturii unui pătrățel, punctul A are coordonata:
A. 6; B. 4; C. 3; D. 2.
- b) Dacă unitatea de măsură este egală cu triplul lungimii laturii unui pătrățel, punctul B are coordonata:
A. 2; B. 4; C. 3; D. 6.

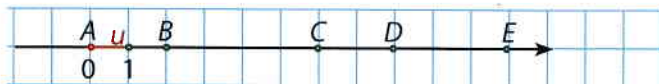
- Observați axa numerelor cu originea O , din desenul de mai jos, apoi precizați:



- a) coordonata punctului O ;
- b) coordonatele punctelor B , D , F , G .

- c) literele cu care sunt notate punctele corespunzătoare numerelor 0, 1, 3, respectiv 5.

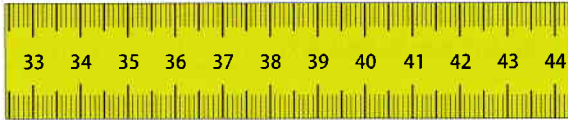
- Considerând unitatea de măsură 5 mm, reprezentați pe axă numerele naturale: 2; 6; 0; 10; 9; 14.
- Observați reprezentarea următoare, copiați tabelul pe caiete și completați în caseta liberă litera A, dacă propoziția este adevărată și litera F, dacă propoziția este falsă.



| Propoziția | A/F |
|--|-----|
| Originea axei este punctul A. | |
| Punctul D are coordonata 8. | |
| Toate punctele reprezentate pe axă au coordonatele numere naturale pare. | |
| Numărul 10 este coordonata punctului E. | |



5. Reprezentați pe axa numerelor:
- trei numere impare diferite, care au suma 13;
 - trei numere pare diferite, care au produsul 16. Analizați toate situațiile posibile.
 - numărul 1, predecesorul numărului 4 și succesorul numărului 6.
6. Rigla lui Ionel care avea 50 de cm s-a rupt și acum arată precum cea din imaginea de mai jos.



- Precizați câte numere naturale erau pe rigla inițială, în plus față de cele care au rămas.
 - Dacă Ionel renumerează bucata de riglă rămasă, gradația 33 devenind gradația 1, precizați care va fi cel mai mare număr scris pe riglă.
7. Autostrada A1 este o autostradă din România și în prezent (anul 2022) are trei segmente funcționale. Unul dintre ele leagă capitala țării, București (kilometrul 0), de orașul Pitești (kilometrul 110). Ne imaginăm că există pistă pentru biciclete de-a lungul autostrăzii. Emil pleacă cu bicicleta dintr-o parcare situată la kilometrul 36 al autostrăzii București – Pitești și se deplasează cu viteza de 30 km/oră.



Scrieți pe caiete următoarele propoziții și completați spațiile libere așa încât să obțineți propoziții adevărate.

- Dacă se deplasează spre Pitești, după două ore Emil ajunge la kilometrul
- Dacă se deplasează spre București, după 30 de minute Emil ajunge la kilometrul
- Reprezentați pe axa numerelor, alegând unitatea potrivită, punctul corespunzător locului de plecare și punctul corespunzător locului de sosire, pentru fiecare din sub-punctele a) și b).



Minitest

Alegeți varianta corectă de răspuns.

- (30 p) 1. Originea axei numerelor are coordonata:
A. 2; **B.** 1; **C.** 0; **D.** 5.
- (30 p) 2. Distanța de la originea axei la punctul $M(7)$ este:
A. 5 unități; **B.** 3 unități; **C.** 0 unități; **D.** 7 unități.
- (30 p) 3. Punctele situate pe axa numerelor la distanța 2 unități de $M(7)$ au coordonatele:
A. 3 și 5; **B.** 5 și 9; **C.** 5 și 7; **D.** 7 și 9.

Se acordă 10 puncte din oficiu.





Ne amintim

Pentru orice două numere naturale a și b , are loc una și numai una dintre *relațiile*: $a < b$ (a mai mic decât b) sau $a = b$ (a egal cu b) sau $a > b$, (a mai mare decât b).

Numărul a este *mai mic sau egal* cu b și scriem $a \leq b$, dacă $a < b$ sau $a = b$.

Numerele mai mici sau egale cu 5 sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Numărul a este *mai mare sau egal* cu b și scriem $a \geq b$, dacă $a > b$ sau $a = b$.

Numerele mai mari sau egale cu 5 sunt: 5, 6, 7, ...

A compara două numere naturale a și b înseamnă a stabili care dintre relațiile $a < b$, $a = b$, $a > b$ are loc.



Descoperim, înțelegem, exemplificăm

În practică, obișnuim să comparăm și să ordonăm dimensiuni ale obiectelor, cantități, intervale de timp, valori ale unor mărimi, toate acestea fiind exprimate prin numere.

Dacă numerele sunt cunoscute, atunci le comparăm folosind regula cunoscută din clasele anterioare:

- Dacă a și b nu au același număr de cifre, atunci este mai mare numărul care are mai multe cifre.
- Dacă a și b au același număr de cifre, atunci se compară cifrele, de la stânga la dreapta, până când se identifică prima pereche de cifre de același ordin, distincte. Este mai mare numărul care are, în această etapă, cifra cea mai mare.

Dacă $a = 1750$ și $b = 20320$, numărul a are 4 cifre, iar numărul b are 5 cifre și $4 < 5$, deci $a < b$

1. Numerele $a = 3750$ și $b = 2320$ au același număr de cifre și $3 > 2$, deci $a > b$.
2. Numerele $a = 3750$ și $b = 3720$ au același număr de cifre, dar $3 = 3$ și $7 = 7$. Cum $5 > 2$, rezultă că $a > b$.

În multe situații practice, numerele naturale sunt comparate folosind *reprezentarea numerelor pe axă*. În alte cazuri, estimăm poziția punctului de reprezentare a unui număr natural pe axă, comparându-l cu numere deja reprezentate.

Considerăm axa numerelor, cu originea O și punctele $A(x)$ și $B(y)$ reprezentate pe axă.

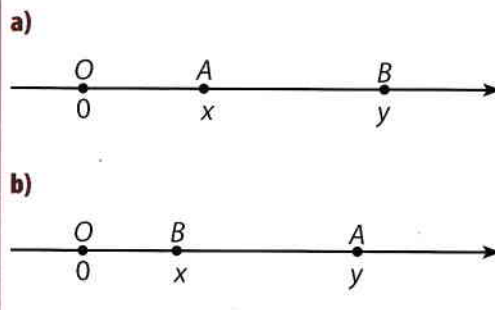
Coordonata punctului A reprezintă distanța $x = OA$;

Coordonata punctului B reprezintă distanța $y = OB$;

Distanțele OA și OB sunt exprimate în unitatea de măsură aleasă pentru axă. Deducem ușor că:

a) $x < y$ dacă și numai dacă $OA < OB$;

b) $x > y$ dacă și numai dacă $OA > OB$.



- Concluzie.**
- Punctul $A(x)$ este situat în stânga punctului $B(y)$ dacă și numai dacă $x < y$.
 - Punctul $A(x)$ este situat în dreapta punctului $B(y)$ dacă și numai dacă $x > y$.
 - Punctele $A(x)$ și $B(y)$ coincid dacă și numai dacă $x = y$.





Problemă. Ina, Sergiu și Raluca au fost premiați la un concurs de matematică. Aceștia au obținut punctajele: Ina 26 de puncte, Sergiu 23 de puncte și Raluca 28 de puncte. Decideți premiul pe care l-a primit fiecare.

Soluție. Pentru a stabili ce premiu a luat fiecare, trebuie să ordonăm numerele care reprezintă punctajele. Ia premiul I cel cu punctajul cel mai mare. Dacă le ordonăm crescător, atunci primul a obținut premiul III, iar dacă le ordonăm descrescător, primul a obținut premiul I. Cum $23 < 26 < 28$, Raluca a luat premiul I, Ina a obținut premiul al II-lea, iar Sergiu a luat premiul al III-lea.



A ordona crescător două sau mai multe numere naturale înseamnă a stabili ordinea acestora, așa încât fiecare număr să fie mai mic decât cel de după el.

A ordona descrescător două sau mai multe numere naturale înseamnă a stabili ordinea acestora, așa încât fiecare număr să fie mai mare decât cel de după el.

Pentru compararea și pentru ordonarea numerelor naturale avem nevoie de una din relațiile „ \leq ” sau „ \geq ”.

Au loc proprietățile:

| Proprietatea | $a \leq a$, oricare ar fi numărul natural a . | Dacă $a \leq b$ și $b \leq a$, atunci $a = b$. | Dacă $a \leq b$ și $b \leq c$, atunci $a \leq c$. |
|--------------|--|--|---|
| Exemple | $0 \leq 0$; $1 \leq 1$; $2 \leq 2$; ... | $3 \leq x$ și $x \leq 3$, rezultă $x = 3$ | $2 \leq 5$ și $5 \leq x$ rezultă $2 \leq x$. |

Aplicație. Scrieți în ordine crescătoare numerele $x = \overline{9a76}$ și $y = \overline{987a}$, analizând toate cazurile posibile.

Soluție. $x = \overline{9a76}$ și $y = \overline{987a}$ au același număr de cifre, iar $9 = 9$. Dacă $a < 8$, atunci $\overline{9a76} < \overline{987a}$. Dacă $a = 8$, din $6 < a$, rezultă $\overline{9a76} < \overline{987a}$. Dacă $a = 9$, atunci $\overline{9a76} > \overline{987a}$. În concluzie, ordinea crescătoare a numerelor este x, y dacă $a \leq 8$ și y, x dacă $a = 9$.



Exersăm, ne antrenăm, ne dezvoltăm

- Comparați numerele naturale și scrieți pe caiete, completând în caseta liberă unul dintre simbolurile: $<$, $=$ sau $>$, astfel încât să obțineți afirmații adevărate:

| | |
|--|--|
| a) 4 336 <input type="text"/> 84 329; | e) 16 987 <input type="text"/> 16 897; |
| b) 753 926 <input type="text"/> 753 927; | f) 456×10 <input type="text"/> 4 560; |
| c) 33 333 <input type="text"/> 3 399; | g) 900×0 <input type="text"/> 500; |
| d) 1 011 <input type="text"/> 1 100; | h) 987 <input type="text"/> \overline{abcd} |
- Ordonăți crescător numerele naturale:
 - 36; 81; 54; 72; 58; 44; 29; 95; 67; 7; 15; 35; 21.
 - 1 245; 1 452; 1 524; 1 254; 2 541; 2 514; 4 512; 4 521; 5 421.
 - 18 018; 18 017; 17 018; 17 017; 17 918.
- Ordonăți descrescător numerele naturale:
 - 8; 4; 81; 44; 19; 84; 11; 21; 45; 89; 41; 102; 201; 91; 88.
 - 237; 207; 307; 702; 7 532; 7 703; 3 733; 3 337.
 - 830 038; 380 083; 80 088; 80 083; 883 800; 800 088; 83 830.
- Determinați toate numerele de forma $\overline{53x}$ astfel încât $\overline{53x} > 537$.
- Scrieți:
 - toate numerele de forma \overline{aaa} , mai mari decât 560.
 - toate numerele de forma $\overline{b00}$ mai mici decât 390.
- Știind că $\overline{874a6} < \overline{8a540}$ determinați cifra impară a .
- Comparați numerele, analizând toate cazurile posibile:
 - $\overline{5a76}$ și $\overline{587a}$;
 - $\overline{54a74}$ și $\overline{547a4}$.

8. Se consideră cifrele: 1; 9; 7; 4; 3.

- a) Scrieți cel mai mic număr de cinci cifre, care se poate forma folosind cifre din grupul dat.
- b) Scrieți cel mai mare număr natural de cinci cifre care se poate forma folosind cifre din grupul dat.
- c) Scrieți cel mai mic număr de cinci cifre distincte, care se poate forma folosind cifre din grupul dat.
- d) Scrieți cel mai mare număr de cinci cifre distincte, care se poate forma folosind cifre din grupul dat.

9. Alegeți litera care indică varianta corectă; doar un răspuns este corect.

a) Cel mai mare dintre numerele 99899, 98989, 99988 și \overline{abcdef} este:

A. 99899; B. 98989; C. 99988; D. \overline{abcdef} .

b) Cel mai mic dintre numerele naturale n , $n - 3$, $n + 5$, $n + 1$ este:

A. n ; B. $n - 3$; C. $n + 5$; D. $n + 1$.

10. Determinați numerele naturale de forma \overline{abcd} care verifică simultan condițiile:

- a) cifra unităților este cea mai mare cifră pară;
- b) cifra miilor este cea mai mare cifră impară;
- c) $b + c = 15$.

11. Scrieți:

- a) numerele naturale mai mici decât 13;

17. În tabelul următor sunt redată înălțimile unor vârfuri muntoase de pe teritoriul României.

| Vârful | Păpușa | Omu | Negoiu | Parângul Mare | Moldoveanu | Lespezi |
|---------------|--------|------|--------|---------------|------------|---------|
| Înălțimea (m) | 2508 | 2514 | 2535 | 2519 | 2544 | 2517 |

a) Scrieți înălțimile în ordine descrescătoare.

b) Scrieți numele vârfurilor din tabel, în ordinea crescătoare a înălțimilor lor.



b) numerele naturale cuprinse între 41 și 53;

c) numerele naturale de forma $\overline{a5}$, în ordine crescătoare;

d) numerele naturale de forma $\overline{3b}$, în ordine descrescătoare.

12. a) Aflați numărul natural a , știind că între 39 și a sunt cuprinse 93 de numere naturale.



b) Aflați numărul natural b , știind că între b și 99 sunt cuprinse 23 de numere.

c) Gasiți cele mai mici numere naturale a și b astfel încât între a și b să fie cuprinse 222 de numere.

13. Scrieți, apoi citiți:

a) cel mai mare număr de trei cifre;

b) cel mai mare număr de trei cifre diferite;

c) cel mai mic număr de patru cifre;

d) cel mai mic număr de patru cifre diferite.

14. Fie numărul $B = 45\ 362\ 718$. Eliminați una dintre cifrele numărului B , astfel încât numărul obținut să fie cel mai mic posibil.

15. Fie numărul $A = 653\ 210$. Adăugați cifra 4 printre cifrele numărului A , astfel încât numărul obținut să fie cel mai mare posibil.

16. Determinați numerele naturale de forma \overline{ab} , știind că $4 < a \cdot b < 8$. Ordonați crescător numerele găsite.



Minitest

Numerele naturale 20, n , 50 sunt scrise în ordine crescătoare.

(30 p) a) Scrieți toate valorile naturale pare pe care le poate lua n .

(30 p) b) Scrieți toate numerele n care au suma cifrelor 11.

(30 p) c) Scrieți valoarea numărului n , pentru care $M(n)$ este situat pe axa numerelor la distanță egală față de $A(20)$ și $B(50)$.

Se acordă 10 puncte din oficiu.